









M. Tuscher fecit

ARITHMETICA

tica breuis ac dilucida Christierni Torchilli Morsiani in quinqꝫ partes digesta.

ANNO

M D XXVIII

GENEROSO AC HVMANISSIMO
uiro M. Nicolao hurno ecclesiæ metropolitanæ
Lundensis præposito Christiernus Mor=
sianus Salutem dicit.

Postquam optimarum disciplinarum gra
tia, non pauca Europe Gymnasia Præpo=
site dignißime perlustraßem: Coloniam
tandem Agrippinam appuli. Vbi me quũ
pluscculis diebus pene ociosum, expectatio literarũ ex
patria detinuisset, cœpi mecũ reputare, quanã potißi=
mum ratione academiæ Haphnẽsis iuuentuti studiosißi
mæ, possem prodesse & gratificari. Subijt libellum quẽ
piam de numerandi ratione contexere, ipsumq́; quoad
maturuisset iuxta Horatij cõsilium, inter alia lucubra
tionum mearum monumenta reponere. Verum quum
libellum ipsum uix dum ad umbilicum (ut aiunt) perdu
ctum Ioanni Laurentio Nestuediano & Nicolao hame
ro Roschildensibus canonicis, meliorum disciplinarũ
studiosißimis, conspiciendum obtulissem: hortari cœpe
runt ut pergerem, libellum absolutũ æderem, & in ma
nus studiosorum peruenire sinerem, horum itaq; per=
suasu inductus, malui ingenium meum hac in re pericli=
tari, quam aut amicorum non uulgarium uoluntati re=
fragari, aut utilitate, si qua ex ingenioli mei mediocri
tate accidere poßet, iuuentutem frustrari: qui nõ lucri
aut ambitionis, sed amoris quo studiosos prosequor

gratia, hæc scribere sum aggreßus, nec huic rei, si libros numerorum studiosis per omnia satisfacientes usquam reppcrissem, operam collocaßem. Nã pleriq; necessarijs prætermißis, solis uerborum phaleris, & obscura breuitate gaudentes: auram popularem aucupantur. Alij morosa uerborum congerie lectorem detinẽt & obtũdũt. Ego uero nisi mihi φιλαυτία ĩposuit, medium quoddam sequutus: omnia huic studio necessaria tũ compendiose, tum dilucide: non tam concinnitatis uerborum quam utilitatis studiosorum habita rõne: quoad fieri potuit explicaui. Elegantißima nimirum Manilij sententia edoctus, dicentis. Ornari res ipsa negat contenta doceri. Quod si uulgaria tantum & multis protrita: quispiam me scripsisse cõtenderit, atq; ob id hæc mea scripta tanquam uiliora eleuet: negligendaq; putet æquißimo animo, modo meliori numerorũ editione, ac iuuentuti magis profutura me superauerit, feram. tantum abest ut iniquus sim laturus. Ex ijs uir ornatißime huius editionis rationem tenes. Nunc quod restat uelim accipies. Quum opusculum hoc paucis diebus conflatum, Chalcotypo excudendum tradere statuißem, ueteris nostræ consuetudinis recordatio, partim in Dania, partim in Germania habitæ, cœpit memoriam meam refricare, meq; inuitare ut xeniolũ aliquod ad te mitterem, quo ueterem amicitiam nostram: si forte propter locorum intercapedinem torperet, resuscitarem. Munusculum igitur hoc exiguum & chartaceum

um pro tua humanitate serena fronte accipias, atq; bo
ni consulas, rogo. Ipsumq́; iam non meum, sed tuo nomi
ni dedicatum, ab obtrectatorum iniuria uindicare dig-
neris. Vale Coloniæ Anno salutis nostræ.
M. D. XXVIII. Pridie no
nas Septembris.

Tobernus Andenus lectori.

Huc Germana ueni multos celebrata per annos
Pubes: atq; opus hoc perlege quicquid habet.
Huc Cimbriq; Gothiq́; gradum conuertite, quondam
Par quibus haud totus uiribus orbis erat.
Huc omnes mecum iuuenes properate senesq;,
Quos medico numeros scire labore iuuat.
Scripta à Christierno numerandi regula nobis
Qua data uix unquam doctior ante fuit
Artibus ingenuis numerus quid conferat ipsis
Et quantum præstet, cernere quisq; potest.

Iohannes Sleidanus

Ὅστις πολυπλόκων ἐπιγνῶναι μέτρον ἀριθμῶν
  ὦ νεάνισκε ποθεῖς, μικρὰ πονησάμενος.
Νῦν τοι ἐν ὀλίγῳ Τορχίλλιος ἐνθάδε βίβλῳ
  κόσμησεν, πάντων ὅσσ' ὄχ' ἄριστα πέλει.
Ἀμφοτέρῃσι δὲ ταῦτα λαβὼν, καὶ γράφεα στέργε.
  καὶ προπετῶς οὐδὲν τοῦ πέρι λέξον ἅμα.
Τυτθὰ μὲν ἐστὶ λίην, αὐτὰρ χαρίεντα καὶ ἐστὶ,
  πλήρεα καὶ μυελοῦ, εὖ δέ συ πράττε φίλος.

Eiusdem interpretatio.

Qui uarios certe numeros astringere legi
  Conatu facili lector amice cupis.
En tibi perpaucis Torchillius optima quæq;
  In tenuem mixta contulit arte librum.
Hunc utraq; manu simul assere, Charus & autor
  Sit, nec iudicium præcipitato tuum.
Paruulus est fateor, Sed succi plenus, & esse
  Gratior hoc debet nomine, Iamq; Vale.

Ioannes chalcobates.

Quæ neglecta diu tacuere mathemata rursum
  Christierni surgunt æditione libri
Qui quod ad amussim numeri tractet rationem,
  Totius referat scripta mathematices,
Quare censeri debet me iudice dignus,
  Quem uerset manibus docta iuuenta suis.

PRIMA HVIVS OPERIS PARS DE NVMERIS INTEGRIS.

NVmerus est unitatum collectio, uel quantitatis aceruus, ex unitatibus profusus, ut quinq;, non duo & tria, sed unitas quinquies sumpta constituit. Numerum in digitum: articulum & numerum compositum, arithmetici secare consueuerunt. Digitus est quilibet numerus denario minor unica figura scriptus Arithmeticæ uero figuræ, quibus hac tempestate latini utuntur sunt 1 2 3 4 5 6 7 8 9 quibus nota circularis o quã ziphram seu figuram nihili uocitant, additur: quæ per se nullius est significati: sed præposita aut ablata alijs notis numeralibus, earum ualorem auget aut minuit. Articulus dicitur quilibet numerus denariam summam, semel aut sæpius exacte constituens ut 10: 20: 100: Numerus autem compositus, ex digito simul & articulo contexitur, ut 12. 15. 21. Alias numerorum diuisiones quisquis optauerit ex Boetij arithmetica petat licebit. Species uero quibus uulgo arithmetici utuntur sunt septem. Numeratio, additio, subtractio, multiplicatio, duplatio, diuisio, & mediatio.

De numeratione.

¶ Numeratio docet quemuis numerum propositũ debite scribere & pronũtiare numerum itaq; propositum scripturus, à dextra leuam uersus progrediendo quemuis numernm debito charactere numerali incipias exarare: quod facile erit, modo ualorem figurarum numeri propositi cognitũ habueris, ut modo iudicabo. Prima figura ad dextra posita, seipsam hoc est suas unitates denotat. Secunda uero quoties unitatem possederit, toties denarium numerum exacte representabit. ut 3 secundo loco triginta ualere pronuntiabis. Sic & tertio loco figura posita, seipsam centies: & quarto, millies ualebit. Si autem figurarum series, quaternarium numerum exuperet, quarti loci characterem puncto notabis: incipiasque ualorem quintæ figuræ & sequentium, (si plures fuerint) sic inuestigare. quælibet unitas, figuræ puncto signatæ inclusa, mille: sequenti, hoc est quintæ figuræ, decem milia, sextæ, cẽtum milia, & septimæ mille milia: ualebit. Deĩde figuram septimam si plures post se habuerit etiam apice supra posito notabis. cuius quelibet unitas (ut modo dictum est) mille milia: in octaua decies mille milia: in nona centies mille milia in decima millies milia: & sic deinceps donec ad ultimam figuram peruentum fuerit, ualere non dubitabis.

Numerum propositum debitæ pronunciare à sinistra seu ultima figura incipias, dextram uersus tendendo, singulas figuras hac ratione explicare. Quamlibet

figurã

figuram centenariam, hoc est ante quemuis punctum signatam, solam pronunciabis: alias binæ figuræ proximæ, semper sunt simul explicandæ. Exemplum 3512567982 4 Pro huius nũeri & aliorũ lucidiori explanatiõe notabis: Quotquot fuerint figuræ punctis signatæ, toties in propositi numeri expreßione, millenarius numerus est enũtiandus: ita tamẽ quod singulæ figuræ secundo puncto postpositæ aduerbialiter pronũciabis, exprimas igitur numerum propositũ hoc pacto, trigesies quinquies milies mille milia, centies mille milia, uicies quinquies mille milia, sexcenta milia, septuaginta nouem milia, octingenta uigintiquatuor. Hic uides ultimam figuram primo & primum ultimo explicari. Primã autẽ quæ proxima est dextris & ultimã quæ sinistris semper intelligere oportet, Ita sequentes quæ à dextris in sinistram uergunt & præcedentes quæ in dextrem tendunt.

sinistrum		dextrum
	5678	
ultima		prima

De additione

Additio est duorum aut plurium numerorum sigillatim sumptorum in unam summã collectio, ut 62 libras zynziberis, 124 florenis mercatus sum. Item 53 libras piperis flo. 112. & 16 libras croci 90 flo. ijs tribus nume

ris in unam summam redactis colliguntur 326 floreni
Praxis. Primo loco numerum maximum statues: cui reliquos ordinata serie quotquot fuerint addendi substitues ita quod primi, sub primo & secundi, sub secundo, maximi numeri directe collocentur. Quibus sic ordinatis lineam rectam subtendas: incipiasq; à dextris omnium ordinum primas figuras coniungere: & si ex tali cōbinatione, unica figura emerserit, ea directe infra lineam sub primis figuris est scribenda. Si autē duæ prouenerit, prima modo iam dicto scribetur, altera in mente seruata. Deinde omnes figuras secundo loco positas coniungas: & producto numerum prius in mēte reseruatum addas, scribasq; totum si unica figura fuerit sub numeris secundo loco positis, si uero duæ figuræ prouenerint posteriorem tertio loco reseruabis, primamq; secundo loco subnotabis, ita deinceps cum reliquis agendū est. Cum uero ad ultimum locum deueneris: quicqd ibi collegeris, & si quid etiam in mente reseruatum habueris, integre scribes, nihil amplius in mente reseruando. Porrò si ex plurium figurarum coaceruatione ad tres figuras summa collecta creuerit, primā primo loco scribes reliquas duas sigillatim in suo ualore figuris sequētibus addas exempla.

Exemplum

124
112
90
326

Aliud exẽ-
plum.

345
243
121
———
709

Tertium Exemplum.

56789
23458
12345
6789
5239
2848
1527
456
349
228
527
129
58
———
108522

Si uis probare recte ne, an ſecus ſis operatus 9 a toto numero ſupra lineam poſito nullum ordinem attendendo quoties poteris abijcito, & quicquid nouenario minus remãſerit, ſeruato. eodem modo reiectis 9 ex numero ſub linea poſito, ſi hic nũerus prius reſeruatus remanſerit, additionem rite expediuiſti. Item numerum ſic inuentum compendij cauſa, poſt hac uulgato more probam appellabo. Certiſſime tamẽ unam ſpẽm per aliã ut additionem per ſubtractionem & contra aut multiplicationem per diuiſionem & ediuerſo poteris cõprobare. Septenariam probationem, quia plus habet difficultatis quam utilitatis conſulto prætereo.

De subtractione.

Subtractio est unius numeri aut plurium a maiori ablatio: huius speciei usus hoc exemplo indicatur. Quidam mihi mutuo dedit mille aureos, solui autem eidem primo. 225 aureos postea 512 & postremo 130, nunc quæritur quãtum adhuc mihi restat soluendum, quod per subtractionem inuestigandum est. Praxis: scribãtur numeri ut in additione dictum est. Si una tantum fuerit numeri subtrahẽdi series, subtrahe primã figurã inferioris numeri a prĩa superioris, & quod remanserit scribe directe sub primis figuris, interiecta prius linea ut in additione, quod si nihil remanserit scribe o. eodem pacto reliquos figuras sequentes absolues. Si uero inferior figura (quia maior est) à superiori subtrahi non poterit, subtrahe eam à 10 & residuum superiori figuræ additum sub lineam scribito. Quoties autem à decem subtraxeris, toties unitas figuræ sequenti subtrahendæ addi debeat, cæteris omnibus ut antea dictũ est seruatis. Deniq; si numerorum subtrahendorum series duæ aut plures fuerint, primũ omnes numeros subtrahendos in uuam summam colliges, & postea ut dictum est subtrahes.

34567   1000
22543   225
12224   512
Item   130
53242
52223   867   *summa addita.*
21019   135   *summa residua.*

Probatio abijcias 9 (ut in additione didicisti) a numero a quo facta est subtractio. Deinde a subtrahendo simul, & a numero sub linea scripto seu subtracto totidē quoties fieri potest reiectis, si utrobiq; residua æqualia fuerint recte operatus es.

De multiplicatione

Multiplicare est ex ductu unius numeri in alium, tertium constituere habentem se ad numerum multiplicandum quemadmodum se habuerit numerus multiplicās ad unitatē, ut bis tria sunt 6 ubi sicut 2 ad 1 habet proportionem duplam, ita 6 ad 3 eandem seruat.

Tota uis huius speciei ex multiplicatione digitorū inter se dependet, quorum ductum hoc schemate cognoscere poteris.

De multiplicatione digitorum.

2	2	4
	3	6
	4	8
	5	10
	6	12
	7	14
	8	16
	9	18
3	3	9
	4	12
	5	15
	6	18
	7	21
	8	24
	9	27
4	4	16
	5	20
	6	24
	7	28
	8	32
	9	35

Regula, positis alternatim digitis inter se multiplicandis, differentiam utriusq; a denario numero dextram uersus ponito, eas differentias inter se multiplicato & productum si unica figura fuerit signato, si autem duæ primam scribito, alteram in mente seruata, postea subtrahe unam differentiam (utramlibuerit) a digito alterius differentiæ, & residuum postpone figuræ prius notatæ, adiecta si qua fuerit in mente figura seruata. Differentiam uoco distantiam digiti propositi à decem, ut septies 8: differentia 8, est 2. & 7. est 3. Dic igitur bis tria sunt 6 nota 6. Postea subtrahe 3 ab 8 aut 2 a 7. restant 5 quæ postpone 6, & habebis 56

Hæc regula fallit, quando drīæ sunt maiores numeris propositis, ut bis tria ter quater, in quibus uides multiplicationem faciliorem esse quam ut regula

5	5	25
	6	30
	7	35
	8	40
	9	45
6	6	36
	7	42
	8	48
	9	54
7	7	49
	8	56
	9	63
8	8	64
	9	72
9	9	81

egeat. Ex figura igitur hæc potius quam ex regula hæc discenda existimo.

De multiplicatione articulorū aut numerorum compositorum.

Dispositis duobus numeris sicut in additione dictum est. Multiplica primam figuram inferioris ordinis in primam superioris, & productū sub interpositam lineam, ut in additione dictum est, scribito. Postea eandem figuram inferiorem in singulas superiores ducito, & productum semper ex diametro sub superiori signato, obseruatis conditionibus in additione traditis, primam figuram sic expeditam uirgula cancellabis, & postea secundam inferiorem figrram in singulas superiores eodem modo multiplicato hoc tantum attento, quod sub ea figura inferiore quam incepisti in primam superiorem ducere,

primum productum signabis, & reliqua omnia consequenti ordine absolues. Cum uero omnes figuras sic inter se multiplicaueris, tot habebis sub linea figurarum ordines, quot erant figuræ in numero multiplicante, hoc est inferiore, hos numeros eo ordīe quo ponuntur in unam summam per additionem redigas, & ultimum productum est numerus per multiplicationem quæsitus, ut

345	345	789
3	53	523
1035	1035	2367
	1725	1578
Item	18285	3945
		412647 facit.

Multiplicationis usum hoc exemplo accipias. Esto, cupis scire numerum dierum anni. Notū est in primis annum .13 menses, & quemlibet mensem 4 hebdomadas cōtinere. quelibet autem hebdomada 7 dies. Multiplica igitur 13 per 4, exurgunt 52, numerus scilicet hebdomadarum anni: hunc numerū 52 si in 7 duxeris prouenient 364 numerus dierum totius anni communis.

¶ Appendix. Si numerum aliquē parem per 5 multiplicare uolueris, præpone medietati eius 0 & facta est multiplicatio ut quinquies quatuordecim, sunt 70. Si uero imparem, auferas illi primam unitatem, ut etiā par reddatur, & loco unitatis pone 5. deinde postpone

illi me

illi medietatem numeri, ueluti post ablatam unitatem: ut quinquies 17 sunt 85.

¶ Appendix. 2. Si detur numerus per 10 multiplicandus, præpone eidem unam 0. Si per centum duas: si per mille tres: & facta est multiplicatio.

¶ Appendix. 3. quando numeri multiplicandi unã aut plures figuras 0 in fronte habuerint, pone primam figuram significatiuam multiplicantis sub primo multiplicandi, & multiplica tantum figuras significatiuas, ut dictum est, & facta tali multiplicatione, toti summæ præpone omnes figuras 0 quotquot erant in utriusque numeri principio.

¶ Appendix. 4. Si in medio inferioris numeri figura 0 inueniatur, eam omnino præterito, & sequentem debite in omnes superiores ducas, seruatis conditionibus prius dictis.

¶ Probatio. Ex utrisq; numeris propositis sigillatim 9 abijcito, & probam utriusq; in seinuicẽ ducito, ex producto rursus 9 subtrahito, hoc ultimum productũ debet respondere probæ seu residuo ex multiplicatione prouenienti, si probe operatus fueris.

De diuisione.

Diuisio est propositis duabus quantitatibus, maioris in tot ptes distributio, quot ipsa minor continet unitates, ut si 9 per 3 diuidantur prouenient 3, eadem .n.

est proportio 9 ad 3. quæ est 3 ad unitatem, scilicet tripla. In diuisione opus est etiam duobus numerorum ordinibus, quorum maior superne scribendus, dicitur numerus diuidendus, & minor inferne diuisor. Numerus uero ex diuisione proueniens dicitur quotiens, qui seorsum ad dextram scribendus est. Item diuisio contra rationem præcedentium specierum à leua incipit & dextram uersus progreditur: quæ non usque adeo, ut apparet, difficilis est, modo subtractionis & multiplicationis rationem probe tenueris. praxis

Scribe primo loco numerum diuidendũ, & sub eo ad læuam diuisorem: ita quod ultima diuisoris directe sub ultima diuidendi, si diuisor minor aut equalis fuerit numero suprapostito locetur: & penultima sub penultima, &c. Si uero ultima diuisoris maior fuerit diuidẽdo aut equalis, ita quod totus diuisor in diuidẽdo suprapostito haberi nequeat, ultima diuisoris sub penultima diuidendi locanda est: qbus sic ordinatis, perpende quoties ultima diuisoris in ultima diuidẽdi, aut in toto numero suprapostito haberi poterit. Ea tamẽ lege ut reliquæ diuisoris figuræ, in numero diuidẽdo suprapostito etiã toties cõtineantur: eũ numerũ quotientẽ ad dextrã postposita semicirculari uirgula seorsum pones Quo facto multiplica quotientẽ in singulas figuras diuisoris sigillatim, incipiendo à prima diuisoris, & productũ ex multiplicatione, à diuidendo suprapostito subtrahe, cancellatis deinde diuidẽdi figuris similiter & diuisoris quod

reliquum fuerit, debito ordine supra figuras diuidendi iam cancellatas reponito. Deinde transferatur ulterius totus diuisor uersus dextrã, ita quod quelibet diuisoris figura uno tantum loco propinquior sit dextræ, quam antea. Et quæratur nouus quotiens modo iã dicto, priori quotienti præponẽdus. At si diuisor maior fuerit diuidendo suprapofito, ita quod quotiens in eo haberi nequeat. loco quotienti scribe o iterumq; totus diuisor per unum locum promoueatur. nec cessabis sic operari, donec prima diuisoris figura sub prima diuidendi locata, ab ea subtracta fuerit: quicqd autem remãserit post totam subtractiõem factam, per modum fractiõis ante quotientis figuras cum suppõne totius diuisoris est scribendũ. Item si residuum diuidẽdi maius diuisore fuerit, scias te male operatũ eẽ, nec quotientẽ satis extendisse. Insuper diuisor (quamuis sepius in diuidendo aliquãdo cõtineatur) nunquam plus nonies accipi debet.

¶ Appendix 1. Si numerus quispiam per 10 diuidendus est, primam figuram per uirgulam abscidito: si per centum, duas: si per mille, tres: & relictum pro quotiente semper reseruato.

¶ Appendix 2. Si in diuisoris principio una aut plures notæ circulares ponantur, eas sub primas diuidendi figuras scribes: diuisionemq; per figuras tantum significatiuas absolue. Quicquid autem supra figuras circulares ponitur, facta diuisione redundabit.

¶ Appendix 3. Si numerus diuidendus pariter & diuisor, figuras nihili in fronte habuerint, eas tanquam diuisioni nihil deseruientes, per uirgulam hac lege abscindes, ut quot à numero diuidendo o abscideris, tot etiã à diuisore sunt auferendæ.

¶ Diuisionis usum sequenti exemplo cognoscas. Parẽs 7686 aureos tribus liberis ex testamento reliquit: et quantum singulis cedit ambigitur. Diuide, 7686 per 3. & prouenient 2562

Aliud exemplum ubi diuisor est duarum figurarum.

4 3 6 4   8 9 4 2

2 3 quoties 188 4 Item 3 4 (quo: 263

23

Exemplum ubi diuisor est plurium figurarum.

72898   178   98564

quo 202   Itẽ   quo: 308

36 0   36   32 0

	1	quotientem diuisoris inuestigare.
tria in diuisorẽ seruãda	2	quotientẽ ĩ oẽs diuisoris figuras ducere
	3	productum multiplicatiõis ex diuidendo subtrahere.

¶ Probatio. Subtractis 9 ex diuisore & quotiente sigillatim, summas relictas in seinuicem ducito. & producto adde probam relicti ex diuisione si forte fuerit Ab

hoc

hoc producto etiam 9 abijcito: & relictum residuo diuidendi post nouenariam abiectionem respondebit.

¶ Duplationem quæ nihil aliud est quam per 2 multiplicatio, & diuisionem per 2 diuisio, consulto hic prætereo.

SECVNDA PARS DE FRACTIONIBVS VVLGARIBVS ET PHYSICIS

FRactio est alicuius integri in suas partes diuisio. cuius membra in fractionibus uulgaribus, Minutiæ (quia quodlibet eorũ minus est toto. In fractionibus physicis minuta solent nuncupari.

¶ Partium numeri quædam aliquota dicitur: quæ aliquoties sumpta ipsum totum exacte dimetitur, ut 12 habet 4 partes aliquotas seu dimetientes scililicet 2. 3. 4 & 6. Alia pars constitutiua appellatur, quæ cum alia parte ipsum totũ restituit, ut 4 & 5. 9 simul mensurant: quod neutra seorsum sumpta facere poterit.

¶ Sunt & numeri partium, alia duo genera: aliæ immediate numerum aliquem diuidunt: appellanturq; minutiæ seu fractiones simplices: & harum quælibet, duabus

tantum figuris, quarũ una alteri directe interiecta uir gula supponitur: notari solet, ut

$\frac{2}{3}$ duæ tertiæ	$\frac{3}{4}$ tres quar.	$\frac{4}{5}$	nũeratores. denoĩatores

Aliæ sunt quæ nõ statim ipsum totum, sed alicuius tan tum totius partem diuidunt: quæ partes partium, minu tiæ minutiarum, uel fractiones fractionum nuncupan= tur: scribunturq; non duabus tantum ut priores sed plu ribus figuris Vt

$\frac{2}{3}$ ex $\frac{3}{4}$ uel $\frac{5}{8}$ ex $\frac{3}{5}$ numeratores denominatores

¶ Harum omnium fractionum, inferior numerus de= nominator dicitur: quoniam partes integri denominat, hoc est in quot partes totum aliquod diuisum est indi= cat. Superior uero numerator appellatur, quia integri propositi partes numerat, Vt cum dico, habeo duas ter= tias unius floreni, denominator .f 3 indicat flore: in tres partes esse diuisum: sed numerator puta 2 tantum duas ex illis tribus partibus me habere ostendit.

Fractionis ualorem cognoscere

¶ Si numerator denominatorem æquauerit fractionẽ exacte integrum scias continere: ut 4 quartæ. At si nu merator denominatore maior fuerit, fractio integrũ

tot partibus superat, quot unitatibus numerator denominatorem excedit ut 5 quartæ.

¶ Si uero numerator denominatore uincitur fractio ab integro tot partibus distabit, quot numerator a denominatore unitatibus superatur, ut 2 tertiæ

Propositæ fractionis continentiam in suo integro inuestigare

In primis cuius rei ualor fractionis quæritur attendas ut esto quantum faciunt duæ tertiæ unius flore. in moneta Danica scire desideras. Resolue unum flo. in minorem monetã, puta solidos, albos uel denarios ut in Dania flo. 40 ualet solidos. solidus tres albos: & albus 4 denarios: ita cum alijs monetis agẽdum est. Quo facto multiplica numeratorem fractionis, in numerũ in quẽ integrũ resoluisti ut hic in 40 solidos: & prouenient 80: quæ per denominatorem sc3 3 diuide & habebis in quotiente 26 solidos, restant autem facta diuisione 2 ß quos in albos resolue & erunt 6 albi per 3 diuidendi, faciunt itaq; duæ tertiæ unius flo. 26. ß & duos albos ad hunc etiam modum aliæ monetæ sunt resoluendæ.

¶ Integri minoris numerus propositus, quota pars in maiori sit integro cognoscere.

Vt si 12 albi, quam partem seu fractionem in flo. constituunt scire cupias. Resolue floren. in albos erunt

albi 120 quibus suprascribe tanquam numeratorē, numerum propositum, scilicet 12. Deinde numeratorem cum suo denominatore ad minimos numeros redige & habebis fractionem quæsitam sc3 unam decimam

¶ Notabis insuper hæc tria fractionum fracta ad fractiones simplices reducere. Partes querere & multiplicare in fractionibus eandem habent praxim, ideo simul ea expediam.

Fractionum fracta ad fractiones simplices reducere.

Quoties minutiæ minutiarum occurrerīt, ante omnia ad fractiones simplices sunt reducendæ.

¶ Regula. Si duo tantum numeratores & totidem denominatores fuerint. Duc unum numeratorem in alterum & productum erit numerator simplex. Similiter unum denominatorem in alterum multiplicato & resultabit denominator fractionis simplicis ut

$\frac{2}{3}$ ex $\frac{3}{4}$ facit $\frac{6}{12}$ uel $\frac{1}{2}$ unam medietatem

¶ Secunda regula. si denominatores & nūeratores plures fuerint, multiplica primum numeratorem in secundum, & productum in tertium, & sic deinceps: ultimū productum huius, erit numerator simplex: Eodem mō cum denominatoribus est agendum, ut

$\frac{3}{4}$ ex $\frac{4}{5}$ ex $\frac{3}{4}$ unius flo. facit $\frac{24}{80}$ 12 ß

Partes quærere.

¶ Numeri, quorum partes in doctrina fractionū quærimus, trifariam se habent. Aut enim quærimus partes alicuius integri tantum, aut integri habentis fractionē annexam, aut numeri fracti. Si igitur numeri integri partes quæras, suppone integro unitatē, interiecta uirgula, ita fit ut integrum fractum reddatur. Postea quære partes eius iuxta regulam prius dictam, ut quærendo duas tertias ex 12 numeros sic ordinabis.

$\frac{2}{3}$ ex $\frac{12}{1}$ facit $\frac{24}{3}$

¶ Hic iterum regulam obserua, quando numerator est maior denominatore, diuidendus est numerator per denominatorem, & quotiens ab integro denominatiōem accipiet. Si autem facta diuisione aliquid remanserit, illud per modum fractionis, supra denominatorem, quotienti præpone. ¶ At si numerus integer, fractionē annexam habuerit, multiplica integrum in denominatorem fractionis, & producto adde priorem numeratorē fractionis, & producto adde priorem numeratorem, toti numero inde resultanti priorem denominatorem supponendo, postea quære partes secundum regulam, ut

quærenti duas quintas ex 4 flo. & duabus tertijs unius flo. numeri hoc pacto sunt ordinandi.

$\frac{2}{5}$ ex 4 $\frac{2}{3}$ resolue $\frac{14}{3}$ facit $\frac{28}{15}$

Porro numeri fracti partē querere, nō est aliud quā minutiarum minutias ad fractiones simplices reducere de quibus est paulo ante dictum.,

De multiplicatione.

¶ In multiplicatione omnia iam dicta obseruato, frangendo scilicet integrum si adfuerit: & integrum cum fracto resoluendo. Dein multiplica unū nūeratorē per alium: & similiter denominatores in se inuicem ducito hæc duo producta alternatim scribito, & facta est multiplicatio, ut

$\frac{2}{3}$ per $\frac{9}{5}$ facit $\frac{18}{15}$ minores $\frac{1}{15}$

¶ Appendix I. In tribus iam dictis. Si unus superiorū numerorum, & inferior ei oppositus, eandem partem dimetientem habuerint, fac utrunq; minorem diuidendo ambos per partem suam dimetientem, & erit inter quotientes similis proportio ut prius, ut multiplicādi s.

$\frac{24}{25}$ per $\frac{5}{6}$ fiunt minores per 6 & 5

¶ Appendix 2. ut cognoscas quando duo numeri propositi per aliquam partem eorum minores fieri poterint, Diuidatur maior eorũ per minorem, & rursus minor per residuum maioris, ita continuãdo, ut semper ponas proximum diuisorem superne, & residuum numeri diuidendi inferne. Quod si ad unitatom talis diuisio peruenerit, scias propositos numeros esse contra se primos hoc est nullam habere partem cõmunicantem, per quã ambo minores fieri poterint. Si uero tandem ad numerum aliquem deueneris, qui diuidendum penitus tollit: is est communis mẽsura utriusq; numeri propositi Hæc regula omni diuisioni deseruit. Exemplum. 16 duodecimæ, diuidas 16 per 12, restant 4. per 4 rursus 12 diuidas, & quia 4 tollunt 12. erunt 4 communis mensura utriusq; numeri, scilicet 16 & 12.

¶ Item 13 nonæ non habent numerum communẽ, quia in tali diuisione mox peruenitur ad unitatem. Item si ambo numeri propositi pares fuerint. binarius utrunq; semper potest dimetiri.

¶ De reductione fractionum uulgarium.

¶ Hæc tria, additio, subtractio, & diuisio, etiam eandem hebent ferè expeditionem, ita, ut præter oĩm prædictorum obseruationem, opus est etiam diuersarũ denominationum fracta, ad eandem denominationem reducere: de qua reductione tales dantur regulæ.

¶ Prima. Propositis duabus diuersarum denomĩationũ fractionibus, multiplica per crucem numeratorem primi in denominatorem secundi, & ediuerso numeratorem secundi, in denominatorem primi: ex tali multiplicatione prodibunt noui numeratores. Deinde denominatorem unius in denominatorem alterius ducito, & productum suppone utriq; numeratori, ut

$\frac{3}{5}$ & $\frac{4}{7}$ reducti stabunt sic $\frac{20}{35}$ $\frac{21}{35}$

¶ Secunda. Si plures fuerint reducendæ fractiones. Multiplica primum denominatorem per secundum, et productum per tertium: hoc productum per quartum, &c. ultimum productum erit communis deminator. Postea multiplica singulos numeratores, in communem deminatorem, & productum diuide per priorem denominatorem eiusdem numeratoris, & quotiens erit numerator fractionis scribendus supra numeratorem quem multiplicasti. Exemplum

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$

Hic priusquam reducas. nota Regulam. Propositis fractionibus ad eandem denominationem reducendis. Si denominator unius fractionis, est pars dimetiens alterius denominatoris, ratione totius partem illam seu par-

tes præterito, & reliquos denominatores iuxta regulæ informationem multiplica: ut in exemplo proposito 2 & 4. Item 3 & 6, sunt numeri cōmunicantes: Præteritis igitur 2, propter 4: & 3, propter 6: Multiplica 4 in 5, & productum in 6: facta operatione hæc erit dispositio.

$$\frac{30.\ 40.\ 45.\ 48.\ 50}{120}$$

¶ Alia regula. Si minor denominator, est pars dimetiens maioris, multiplica minoris nnmeratorem per quotientem sui denominatoris, & productū pone loco prioris numeratoris, maiorem denominatorem utriq; numeratori subscribendo, ut duæ tertiæ, & quatuor nonæ, 3 in 9 habes ter, multiplica igitur 2 per 3 proueniunt 6. quæ scribes in loco prioris numeratoris, priore deleto.

¶ Tertia. Duabus diuersarum denominationū fractionibus propositis, si utra earum maior fuerit cupias cognoscere, ubi eas ad eandem denominationem reduxeris, maior numerator, maiorem fractionem indicabit, ex quo si minorem detraxeris, excessus maioris supra minorem facile apparebit, ut

$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$ reducti $\frac{9}{12}$ $\frac{16}{12}$ excessus $\frac{7}{12}$

De additione

Addas numeratores: & producto ſubſcribe denominatorem communem. ut

$\frac{3}{5}$ ad $\frac{4}{5}$ fac. $\frac{7}{5}$ Itē $\frac{2}{3}$ ad $\frac{4}{3}$ fa. $\frac{6}{3}$ duo integra

De ſubtractione

Subtrahatur minor numerator à maiore, & relicto ſuppone denominatorem communem, ut

$\frac{2}{3}$ a $\frac{4}{3}$ reſtāt $\frac{2}{3}$ Itē $\frac{3}{7}$ a $\frac{5}{7}$ reſt $\frac{2}{7}$

De multiplicatione

¶ In multiplicatione non eſt opus reductione, ut prius dictum eſt. Sed mnltiplica numeratores inter ſe, ſimiliter & denominatorrs.

De diuisione.

¶Reiecto post reductionem, si ea opus fuerit, denominatore communi, subscribe numero diuidendo numeratorem alterius fractionis, non attendendo, utra fractionum maior fuerit. Vt

$\frac{5}{7}$ per $\frac{3}{7}$ fa. $\frac{5}{3}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{3}$ Item $\frac{4}{6}$ per $\frac{3}{6}$ fa $\frac{4}{3}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{3}$

De duplacione.

¶Dupla numeratorem denomiatore non uariato, aut numeratore inuariato. denominatorem mediato, ut si uolueris duplare.

$\frac{2}{4}$ fiũt $\frac{4}{4}$ uel $\frac{2}{2}$ & horũ utrũq; ualet integrũ

De mediatione.

¶Dupla denominatorem, uel numeratorem dimidiato. Vt

$\frac{6}{4}$ facit $\frac{6}{8}$ uel $\frac{3}{4}$

De minutijs physicis.

Minutias physicas fractiones appellamus, quibus astronomi in suis calculationibus potissimum uti consueuerunt. Partiuntur enim Mathematici circulum zodiacum sicuti quemuis alium, primũ in 12 partes, quas signa communia appellant. Aut in 6 quarum singulas signum physicum nuncupantur. Deinde signum commune in 30 partes: aut signum physicum in 60 partes, quas gradus nominant distribuunt: unum postea gradum in 60 minuta & minutum in 60 secunda, & secundum in 60 tertia: & deinceps & tales fractiones minuta graduum appellantur. Suut & alia minuta temporis appellata, quæ dierum & anni ratione quibus tẽpora metimur considerantur. Secatur enim annus in 12 menses & mensis in dies: dies in horas: & quelibet hora in 60 minuta horæ, seu temporis.

De reductione minutarum physicarum

Reductio in minutijs physicis est integri aut maioris fractionis in minorem, aut minoris in maiorem aut integrum commutatio. Integra hic signa, gradus, menses, dies & horas intelligere oportet. De hac reductione duæ dantur regulæ.

¶ Prior. Si signa physica ad gradus uolueris reducere

multiplica signorum numerum in 60. uel si signa communia fuerint in 30: & prouenient in quotiente gradus. Postea si opus fuerit, multiplica signa in 60: & prouenient minuta. Ex minutis autem, eodem modo secunda procreabis.

¶ Altera regula. Si minores fractiones ad maiores, uel integra reducendæ fuerint: ut tertia ad secunda, secunda ad minuta, &c. minorem fractiõem per 60 diuidas: & erit in quotiente proxima fractio maior, ut si tertia diuiseris quotiens erit numerus secundorum, & sic de alijs.

De additione

¶ Numeros seu minutias addendas, sicut in integris dictum est locato: ita quod signa signis, gradus gradibus & fractiones eiusdem denominationis sibi ex diametro respondeant. Deinde more integrorũ addas, tertia ter tijs: secunda secundis, &c. Quoties autem ex tali coacervatione sexagenaria summa excreuerit, ea deleta unitatem figuræ sequenti addas. Cum uero ad signa cõmunia deueneris, quicquid ultra 12 signa fuerit, abijcito: Ad hunc etiam modum in minutijs temporũ est procedendum.

De subtractione.

¶ Ordinatis numeris, ut in additione dictum est, sub-

trahe fractiones eiusdē denoīatiōis à maioribus supra positis, & quod reliquum fuerit, lineæ interiectæ supponito. Quod si inferior numerus à superiore subtrahi nequeat, accipe unitatem à fractione seu numero sequente proximo, quæ numero suprapositio addita ualet 60, si eam à fractione, gradibus, aut signo physico accepisti. Si uero à signo communi ualet tantum 30.

De multiplicatione.

Circa multiplicationem in primis animaduertendū est, in fractionibus physicis, solū numeratorem scribi, denominatorem uero subintelligi semper oportere. Si enim proponantur minuta pro denominatore unitatē: si secunda binarium: si tertia ternarium semper intelliges.

¶ Prima multiplicationis regula. Si signa per gradus multiplicaueris, aut contra prouenient gradus, & si per fractiones, signa aut ediuerso, eiusdem denominationis fractiones prouenient. ut 10 signa per 20 gradus: producentur 200 gradus. Item 10 signa, per 20 minuta: prouenient 200 minuta.

¶ Secunda regula. Si gradus in fractiōes duxeris, aut contra: numerus productus fractionis denominationē sortietur.

¶ Tertia. Si fractiones per fractiones multiplicaueris: habebis in producto fractionem ex utraq; fractiōe

proposita compositam: ut quatuor tertia per tria secunda si uolueris multiplicare, scribe sic

4	3
3	2

multiplica numeratores, ut ter quatuor faciunt 12, adde denominatores erunt 5. producentur igitur 12 quintæ ex quatuor tertijs & tribus secundis.

De diuisione regulæ.

¶ Prima. Si signa per gradus aut e diuerso diuidãtur, prouenient gradus: ut 9 signa per tres gradus, erit quotiens 3 gradus.

¶ Secunda. Si signa per fractiones, aut fractiones per signa diuidantur, in quotiente eiusdem denominationis fractio producetur, ut per 3 signa 9 secunda facit tria secunda.

¶ Tertia. Si gradus per fractiones diuiseris uel contra, quotiens a fractione denominabitur.

¶ Quarta. Si fractiones per alias diuersarum denominationum diuidantur: maiorem numeratorem per minorem diuidas, & erit diuisionis quotiens nũerator quesitus. Subtrahatur deinde minor denominator a maiore & residuum erit denominator quem optasti, ut diuidenda sunt 8 tertia, per quatuor secũda: habebis in quotiente duo minuta.

¶ Quinta regula prædictis omnibus deseruiẽs. Quando facta diuisione aliqd remanserit: illud in 60 est multiplicandum, & productum per diuisorem priorem diuidendum, huius diuisionis secundariæ quotiens, a fractione proxima subtiliore seu minore denominationem accipiet, ut 15 gradus per 7 tertia erit quotiens 2 tertia, octo quarta 34 quinta & restant adhuc 2 quæ ulterius diuidere non est opus, quia quando aliquod residuum primo residuo inter diuidendum equale prouenerit, nihil proficeres ulterius diuidendo, quia per circuitum semper priores numeri absq; ceßatione redirent.

¶ Sexta. Si facta multiplicatione primi residui in 60. diuisor forte in diuidendo haberi nequeat totum productum ex priori multiplicatione rursus per 60 multiplicato, hoc secundum productum per diuisorẽ priorem diuidas, & quotiens denominationẽ minoris fractionis una interiecta fractione assumet.

TERTIA PARS DE REGVLIS QVIBVSDAM.

PRima regula, Ordinatis 4 numeris sic se habentibus, ut quæ est proportio tertij ad quartum eadem est primi ad secundũ: Consequens est, ut quæ est proportio secundi ad quartum, eadem est primi ad tertium, & contra: ut 6.2.12.4

¶ Secunda regula. Ordinatis ad formam prioris regulæ 4 numeris. Quod fit ex multiplicatione primi in quartum, æquum est illi, quod prouenit ex ductu secũdi in tertium.

¶ TertiaRegula. Si duo numeri inter se multiplicentur, & productum per unum eorum diuidatur, quotiẽs diuisionis alterum manifestabit: Hinc sequitur quarta regula, quæ uulgo regula de tri cognomĩata est. Quia ex tribus numeris notis, quartus ignotus inuestigatur.

Regula detri in integris.

Propositis, iuxta primæ regulæ formulam, tribus numeris, Multiplica secundum per tertium, & produ-

ctum per primum diuide, quotiens quartum numerum reuelabit. Ratio regulæ. Per ſecundam regulam.
Dem prouenit ex ductu ſecũdi numeri in tertiũ, quod ex primo in quartum ducto proueniret. Ergo, per tertiam regulam, ſi multiplicares primum per quartũ, & productum per primum diuideres, in quotiente idem quartus proueniret. Nunc uero, quia quartus numerus ignotus eſt, nõ poteſt ſciri, quis numerus ex ductu primi in quartum proueniet: Sed quia idem numerus prouenit ex ductu ſecundi in tertium, qui ex ductu primi in quartũ, per ſecundam regulam proueniret. Hunc ergo numerum productum per primum diuide, & per tertiam regulam quotiens quartum numerum manifeſtabit.

¶ Operatio Regulæ, Numerus, de quo quæritur, tertium locum obtinebit. Numerus uero, qui cum numero quæſtionis re ipſa conuenit, primum. Numerus autem, denotans rem diuerſam a re propoſita in quæſtione, medium locum ſortietur. Exemplum

Rex Danorum pro menſurno ſtipendio dat uni equiti 10 aureos, quot dabit 6000 equitum, multiplica tertium per ſecundum & productum eſt 60000, qui numerus erit quotiẽs, quia unitas non diuidit.

Aliud exemplum, pro annuis ſumptibus Coloniæ 24 aurei expenduntur, quot 16 hebdomadibus ueniunt expendendi. Reſolue annum in hebdomadas (quia numerus primus tertio reſpondere debet) & dic per regu-

lam 52 hebdomadibus .24 aurei pendūtur, quot 16 hebdomadibus sunt expendendi, Multiplica 24 per 16. proueniunt 384, quæ per 52 diuidito, & proueniunt in quotiente 7 aurei: restant adhuc 20 aurei: quos redigas in minorem monetam, puta solidos: & numerum prouenientem rursus per 52 diuidas, & quotientem, 7 aureis prius notatis, addas. Quod si adhuc quicquam remanserit, illud in minorem etiam monetam partiaris, quousq; ad minimam monetam perueneris, & quicquid prouenerit, quotienti primo addendum est, tale quotiens, quartum numerum indicabit: qui semper numero secundo loco posito re ipsa consonabit. Erit ergo summa, per 16 hebdomadas expendenda, 7 floren. 15 ß. alb. restant 32 denar. per 52 diuidendi: quos si placet, pone ad formam fractionis, quia diuidi non possunt.

¶ Appendix. Propositis tribus numeris, ut dictum est Si primus & secundus, aut primus & tertius, partem communem dimetientem habuerint, per eàm ambos minores facias, ut prius dictum est: & inuenies minori negotio quartum numerum quæsitum. ut 24 ulnæ panni 6 floren: comparantur, quanti uenduntur 16 ulnæ. Hic uides 24 & 16 habere partem eandem scilicet 4 igitur loco 24 pone 6, & loco 16, 4: & dic per regulam. 6 ulnæ uenduntur 6 floren: quanti 4.

Item habent partem

aliam scilicet 8. Nam 8 habes in 24 ter, & in 16 bis, dicendum igitur. 3 ulnæ uenduntur 6 flo: quanti 2.

¶ Appendix 2. Poteris etiam absq; multiplicatione, modo proportionis rationem tenueris, quartum numerum inuestigare. Propositis enim tribus numeris, iuxta regulæ præscriptum, si noueris quæ est proportio primi ad secundum, eandem tertij ad quartum esse debere, ex prima regula didicisti, ut in proximo exemplo facile est demonstrare.

¶ Item ex eadem regula etiam percepisti eam proportionem inter secundum & quartum, quæ est inter primum & tertium, esse debere.

Regula de tri in fractionibus.

Hic in primis corũ, quæ de fractionibus dicta sunt meminisse oportet, frangendo scilicet integrum si affuerit, & integrum fracto annexum resoluendo, & habebis tres numeratores & totidem denominatores: in quibus iuxta formam regulæ de tri in integris procedendum est. multiplicando tamẽ ac diuidendo sicut in fractionibus explicatum est.

Operatio regulæ talis est.

Multiplica primum denominatorem in secundum numeratorem: & productum in tertium numeratorẽ:

ultimum productum erit numerus diuidendus, & uocabitur hic numerus superior. Postea ducas primum numeratorem in secundum denominatorem, & hoc productum in tertium denominatorem. Vltimū productū erit diuisor, uocabiturque numerus inferior. Vt autem oculis rem rem subijciam, hoc schema multipicationis accipito.

	Numerus diuisor	o o_o	superior
Schema multipl.		X	
	Nūerus diuidēdus	o o‾o	īferior

Postremo numero diuidendo diuisorem suppone, & ut diuisionis ratio exigit diuide, quotiens quartum numerum quæsitum indicabit. Exemplum. Emi 9 ulnas panni tribus flor: quanti uenit una ulna & semis. Resolue integrum tertio loco positum, reliquis duobus supposita unitate, & stabunt in regula hoc modo

$$\frac{9}{1} \quad \frac{3}{1} \quad \frac{3}{2} \quad \text{quotiens} \quad \frac{9}{18}$$

Habebis in quotiente 20 ſȝ. quod aqparebit si nouem decimasoctauas ad minimos numeros reduxeris. Item tres quartæ unius ulnæ pro 21 ſȝ. quanti duæ quartæ, quotiens est. 14 ſȝ.

¶ Appendix. Quoties duo numeri in hac regula, unus

in ſuperiori ordine, & alter in inferiori, poſſunt per aliquem numerum utrunq; metientē minores fieri, hoc fac, & erit facilior operatio. Exemplum. Emi 16 ulnas & unam quartam 45 aureis. quanti conſtant 5 octauæ unius ulnæ, facta reſolutiōe, ſtabunt hoc modo.

65	4 — 55	ſuperior		15	45 — 1
×			minores	×	
4	1 — 8	inferior		1	1 — 2

Hic uides 4 quæ ſunt in ſuperiori ordine & 8 inferioris ordinis, per 4 minores fieri poſſe, & 65 inferioris ordinis & 5 ſuperioris per 5. Operare deniq; ſecundū regulam, & inuenies 45 pro numero diuidendo & 26 pro diuiſore. In quotiente autem habebis unum flo. 29. ſʒ.2.den. & 10 decimætertiæ unius denarij.

Probatio regulę de tri

Commuta ordinem numerorum regulæ, ita ut tertium numerum primo loco, & primum poſtremo, quotiente in medio manente: ſtatuas, Et ſi per operationem huius regulæ, numerus prius in medio locatus, in quotientem redierit, bene operatus es. Talem operationem nonnulli regulam de tri conuerſam ſolent appellare.

De regula societatis.

Societatem hic appellamus, quando plures negotiatores diuersas nummorum summas in unam, lucri grã conferunt, ut sint tres mercatores, quorũ primus 300 aureos, secundus 400, & tertius 500 sigillatim in unã summam contulerunt, & nummis simul collatis, 160 aureos negotiando lucrati sunt. Nunc quæritur, quantum lucri singulis, secundum ratam impositæ pecuniæ summam, cedere debeat, hoc exemplũ & similia iuxta reguiæ de tri formam hoc pacto expedies. Primo singulorum pecunias in unũ collectas, loco primi numeri statues: secundo loco lucrum commune, tertio autem singulorum pecuniam sigillatim locato, ut in dicto exemplo omnium summa est 1200. lucrum commune, 160. Dic igitur per regulam de tri, 1200 flo, lucrantur 160 flo. quantum lucri cedet florenis 300. & sic de alijs. Multiplica 160. per 300: prouenient 48000. hunc numerum per 1200 diuidito, & erit quotiẽs: 40 floren. Postea dic: 1200 lucrantur. 160 aureos, quantũ lucrantur 400. & procedas eodem modo. Sequitur operatio totius exempli.

summa oĩm.					
			300		40
summa oĩm.	1200	lucrum singulo.	400	lucrantur	$53\frac{1}{3}$ flor.
			500		$66\frac{2}{3}$

De Regula falsi siue augmenti & decrementi.

Falsi regulam appellant arithmetici, non quod falsum proponit, aut inducit: sed quia ex duobus numeris falsis, hoc est ad placitum sumptis, numerus uerus quæsitus inuestigatur. Hæc omniũ regularum excepta regula Algebræ optima est, & quicquid per primam Algebræ æquationem inuenitur etiam hac poteris regula inuestigare

De regula autem Algebræ seu Coß extat libellus optimus, à Christophoro Rodolpho editus, qui meo iuditio inter omnes qui de numeris germanice scripserũt primatẽ obtinet cuius etiã opera in hoc libello cõtexendo nonnihil usus sum. Est enim benignum, ut inqt Plinius) & plenum ingenui pudoris, fateri per quos profeceris. Sed priusquam hanc regulam aggrediar: exemplũ illi conformæ proponam. Quidam mercator certa quadam pecuniarum summa negotiari cœpit, & mox tantum lucratus est quãta erat pecunia prius habita: ex eo autem lucro unum flo. pro sumptibus expendit: & pecunia reliqua tantum rursus lucratus est, quãtum prius habuit: ex ea tamen pecunia duos flor. in sumptus expẽdit. Tertio negotiando totam summam iterũ ad duplum eius adauxit, & tres florenos pro uectura & reliquis soluendis expendit. Postremo lucrum cum summa

qua negotiari cœpit, supputans: decem tantū florenos supereße comperit. Nūc quæritur quanta erat nūmorum summa, quibus primum mercari cœpit. Pro huius & similium ænigmatū dissolutione, propone tibi duos numeros, quoscunq; uolueris: quibus exemplo proposito applicatis, uide an numerorum acceptorum uterque, numerum in quæstione positum superet, aut ab eo deficiet, aut unus, eo maior, alter minor fuerit: iuxta hanc diuisionem duas pono regulas

¶ Prior si ambo numeri abundauerint, uel defecerint, aufer minorem exceßum uel defectum à maiore, relictus numerus pro diuisore seruandus est. Deinde uterq; numerus ad placitum iam sumptus, in alterius mendacium, hoc est excessum uel defectum ducatur, horum productorum minus à maiore subtrahatur, diuidaturq; reliquum per diuisorem prius reseruatum, & quotiēs numerum quæsitum ostendit

¶ Altera regula. Si numerorum aßumptorum unus à numero quæsito defecerit, alter uero ipsum superauerit: numerus deficiens, numero excedenti adiectus: pro diuisore reponatur, quo facto, uterq; numerorum acceptorum in alterius mēdacium ut prius dictum est ducatur: & iunctis productis, diuidatur aggregatum per diuisorem prius repositum, & quotiens numerum quæsitum manifestabit. Exempli propositi, & prioris regulæ quo ad primam partem declaratio. Subijciamus in primis, negotiatorem illum, 4 flo. abinitio habuisse: du-

pla 4 erunt 8, ab 8 subtrahe unum, remanent 7, dupla 7, erunt 14: a quibus subtrahe 2: relinquuntur 12: quibus duplatis erunt 24: ab his remoue 3: restant 21. cũ tantum 10 superesse deberent, uides ergo hunc numerum 4, in 11 mentiri. erat igitur hic numerus quatuor maior numero quæsito. Queratur nũc alter numerus: ut esto sit 5: dupla 5, erunt 10: a quibus subtrahe unũ, restant 9. quibus duplatis erunt 18: ab his aufer 2. remanent 16. dupla 16, erunt 32: ab his remoue 3, restãt 29. mentitur ergo hic numerus in 19. quia tantum 10 esse deberẽt. Hic itaq; cernis ambos numeros acceptos, maiores fuisse numero pecuniarum, quas negotiator in principio habuit. Scribe igitur eos hoc pacto

4 plus 11 diuisor 8, quotiens, 2 $\frac{5}{8}$
5 plus 19

Operare secundum priorem regulam. Subtrahendo 11 a 19: restant 8 diuisor, postea multiplica 11 per 5. erũt 55. etiam duc 4 in 19, erunt 76: Subtrahe tandem 55 a 76 relinquuntur 21. Diuide itaq; 21 per 8, erit quotiens & numerus quæsitus 2 & 5 octauæ.

Vbi ambo numerorum assumptorum minores sunt exemplum. Parens liberorum suorum primo, in testamento certam pecuniam, nobis tamen ignotam legauit. Secundo quadruplum prioris summæ, cum uno floren: &

tertio, triplum secundi cum tribus flor. ij numeri co-
aceruati. 56 floren. fecerunt. quæritur nunc quantum
singulis legatum est. fac patrem primo unum flor. le-
gaße. tunc secundus 5. & tertius 18 floren. haberet: ij
simul collecti 24 tantũ constituunt. deberent autẽ eße
56. deficit ergo hic numerus in 32. Pro secundo nume-
ro pone patrem primo filio duos floren. legaße, tunc
secundo 9, & tertio, 30 cederent: quibus in unum colle
ctis, 41 constituunt, quum tamen 56 eße deberent. Defi
cit itaq; hic numerus in 15. pone igitur sic numeros. 1
minus 32 & 2 minus 15.

Diuisor 17. primus $2\frac{15}{17}$ secũd. $12\frac{9}{17}$ ter $40\frac{10}{17}$

¶ Posterioris regulæ exemplum paterfamilias labo-
ratores aliquot in laborem diurnum conduxit, expen-
densq; pecuniam suam dixit. Si singulis 7 albos dede-
ro, supererunt mihi adhuc 30 albi. Si uero 9 singulis
numerauero deerunt mihi 30 nunc de laboratorum nu
mero & pecuniarum summa queritur. Pona-
mus primo laboratores 20 fuiße: quibus sin-

gulis si 7 aureos dederit, erit summa: 140. his adde, 30 quia tantum supereße deberet, & cresceret summa ad 170. at si ex hac summa singulis 9 dederit, 10 tantum deficerent, quum tamen 30 deesse deberēt, quare hic numerus in 20 mentitur. Ponamus secundo loco laboratores 40 fuisse: quibus singulis, si 7 albos dederit, erit summa 280: quibus adde 30, erunt 310. Hunc numerū si per 9 partiri uolueris deerunt 50: sed 30 tantū deficere debeāt. Mentitur ergo hic numerus etiam in 20 ordo operationis.

20 minus 20

divisor 40 dividendus 1200 quo 30

40 plus 20

Hæc operatio fiet secundum posterioris regulæ formā Probatio exemplorum facilis est si ea formæ quæstiōis recte applicueris.

Finis Tertij partis.

SEQVITVR QVARTA PARS DE PROGRESSIONE & radicum extractione.

PRogreßio est plurium numerorum secundum æquales excessus, aut proportiones, sumptorum in unam summam collectio. Ex hac diffinitione duplicem progreßionem, arithmeticam scilicet et geometricam elicimus.

¶ Arithmetica progreßio est plurium numerorum, eodem excessu sese exuperantium, in unam summã collectio: ut 1 2 3 4 5, quæ simul collecta, 15 faciunt. hic q̃libet numerus præcedens, unitate duntaxat sequentem superat.

¶ Geometrica progreßio: est plurium numerorum secundum æquales proportiones sumptorum in unã summam coaceruatio, ut 2 4 8 16 in his numeris, non est æqualitas excessuum: sed proportionis. nã quelibet præcedens ad sequentem habet proportiõem duplam. Item 4. 6. 9. hic est proportio sesquialtera.

¶ Regula de arithmetica progreßione. Propositis numeris, arithmetica ratione constitutis, primum quot sunt numerorum figuræ perpende: deinde primam figu

4 · 6 · 8 · 10 · 12 · 14 · In talibus aut ex-
ram ultimæ adde, & eius producti medietatem, in nu-
merum figurarũ: aut numerum productũ, in medieta-
tem numeri figurarum ducito. (Semper enim si nume-
rus figurarum par fuerit, numerus productus ex addi-
tione primæ figuræ ad ultimam, erit impar: & ediuer-
so): & numerus proueniens, summam progreßiõis in-
dicabit exemplum. 1 2 3 4 5 6 7. ecce hic, 7 figuras, ad
de primam postremo, erũt 8, huius medietatem scilicet
4, in 7 ducito: erũt 28. summa scilicet totius progres
sionis. Exemplum ubi numerus productus est impar
3 6 9 12 15 18. adde 3, 18 erunt 21, numerus figurarũ
est 6: multiplica igitur, 21 per 3, scilicet medietatem
numerorum progreßionis, prouenient 63 summa quæ
sita.

¶ Regula de progreßione geometrica: seu proportio
nali. Multiplica maximum numerum, per eum à quo
proposita proportio denominatur. ut per 2, si propor
tio dupla, per 3, si proportio tripla fuerit: & à tali pro
ducto, aufer minimum numerum. Deinde a numero à
quo proportio nomen sortita est, unitatem subtrahe:
& per reliquum, numerum post ablationem minimi nu
meri, relictum diuide, quotiẽs summam quæsitam osten
dit, ut 2 4 8 16 32. Hic est proportio dupla, a binario
denominata: multiplica igitur 32 per 2, prouenient 64
hinc subtrahe 2, restant 62, numerus quæsitus, subtra-
cta nanq; unitate a binario relinquitur unitas, quæ neq;
multiplicat neq; diuidit. Item 3. 9. 27. 81, 243. fa. 363.

Radicem quadratam extrahere, est numerum inuenire: qui in se ductus, totum numerum propositum, aut quanto uicinius fieri poterit cōstituit. Proposito igitur numero cuius radicem quadratam quæris, primæ figuræ, cum reliquis impari loco inuentis apicem seu punctum suprapone, quousq; finem numeri læuam uersus attigeris: quo facto, sub ultimo puncto quære digitum, ad locum quotientis scribendum, qui in se ductus totū numerum ultimo puncto signatum æquet, uel quanto propīquus fieri poterit, ad eius æqualitatē accedet. Hæc particula, scz quanto propinquus fieri potest, in oī operatione extractionis radicū intelligenda est, quare sufficit eam semel posuiße, digitū sic inuentū, in se ducito: & productū ultimo pūcto suppositū, a numero supraposito & sequente si forte fuerit subducito. reliq uero siqd manserit, supra figuram puncto signatā aut sequētem, sicuti rō diuisionis postulat reponendū est. Postea digitū inuentū duplato: & duplatū sub figura proxīa, ultimū pūctū præcedēte, signato, sub duplato uero, alium quære digitum, etiā ad locum quotientis scribendū q ductus in duplatū totū numerum duplato suprapositum, deleat: & postea ductus in seipsum numerū scdo pūcto a fine signatū, eadē rōe tollat, at si talem digitū habere nequeris pone ad quotiētē figurā o, et toto quotiēte duplato, productū ex duplatōe sub proxīa figura

punctum præcedente scribe, procedendo ut dictum est, donec omnes figuras absolueris, & si post operationem aliquid remanserit, scies numerum propositum non fuisse quadratum, sed surdum. Exemplo facilius quam regula hanc rem intelliges, ut 1 2 9 6. Si huius numeri radicem inuestigare uolueris 6 & 2, punctis signabis. Deinde sub postremo puncto scilicet 2 quere digitum qui in se ductus, 2 cum unitate sequente hoc est 12 tollere potest: & hic numerus est 3. pone itaq; 3 ad quotientem, & dic ter tria sunt 9. quæ pone sub 2 & facta subtractione, restant 3: supra 2. deletis 12 scribenda. nunc dupla quotientem scilicet 3. & erunt 6. pone 6 sub 9. & quere alium digitum qui in 6 ductus, deleat 39 &c. talis digitus est 6, scribe ad quotientem 6: & erit totus quotiens 36, radix scilicet quadrata numeri propositi. Aliud exemplum 2 6 8 9 6: radix est 164 Item 9 16 27 29. huius radix est. 3027.

¶ Probatio scribe quotientem seu radicem bis. postea multiplica unam radicem per aliam & producto, si qd remanserit post radicem extractam: adde, tale productum, si proposito numero equale fuerit bene operatus es: Poteris etiam per 9 probare: multiplica in se probam quotientis, & si quid remanserat producto adde, si tale productum probæ numeri propositi responderit radicem debite extractam esse scies.

De radice cubica extrahenda.

¶Numerus geometrica ratione trifariam configura-
tur: primo si unitates suas in longum tantum porrexe-
rit, dicitur linearis. si autem longitudini, aliud interual
lum adieceris, dicitur superfitialis, & si ijs interual-
lis duobus, tertium puta altitudinem seu craßitiem ad-
iunxeris solidum numerum constitues. Insuper in Geo-
metria, ex ductu lineæ in se, superfities nascitur, & ex
ductu superficiei in se corpus contexitur. Ita in
aritrmetica si numerum linearem, unico in seipsum du
ctu auxeris, numerum superfitialem quadratū procrea
bis. & si talem numerum quadratum per suam radicem
multiplicaueris, numerus solidus & cubicus generatur.
Præterea sicut quadratum duobus supplementis & qua
drato altero circumscribi intelligimus, ita cubum qua-
dratis tribus, totidem radicibus & cubello circumponi
imaginamur: hinc duplatiōis & triplationis rationem
in radicum extractione facile poteris inuestigare.

Radices cuborum	facit	Cubum.
1		1
2		8
3		27
4		64
5		125
6		216
7		343
8		512
9		729

❡ Si numeri alicuius propositi radicem cubicam extra here uolueris, primam figuram, quartam septimam, & reliqua millenarij loca punctis suprapositis signabis: ita ut inter quelibet duo puncta, duæ figuræ non signatæ contiueantur. Quo facto: sub numero ultimo puncto signato, digitum ad locum quotientis scribendum inueni es, qui in se ductus cubice, totum numerum ultimo puncto signatum, cum numero etiam sequente (si affuerit) deleat, eius digiti cubum a nũero iam dicto subtrahito. Deinde digitum inuentum, & in loco quotientis signatum, triplato: triplati primam figuram, sub digito secundo puncto a fine proximo scribito. sub hoc triplato, alius reperiẽdus est digitus, etiam ad quotientẽ scribendus, qui una cum digito in quotiente prius posito, in triplatum ductus, & postea solus in productum multiplicatus, deleat totum numerum triplato suprascriptum. Postremo idem digitus in seipsum cubice ductus deleat numerum præcedente puncto signatũ: & sic duo puncta expedita sunt. Si uero plura puncta fuerint: tripla totum quotientem: & triplatum pone sub figura sequente tertium punctum à leua: sub eo duplato alium quere digitum ad quotientem scribendũ: ut antea monstratum est. at si forte, nullum digitũ habere potueris, qui præscriptas cõditiones in se habuerit, scribe ad quotientem figurã o & rursus tripla quotientem totum, & triplatum scribe sub figura proxima quarto pũcto a læua, dextram uersus progrediendo: & operare om-

nino sicut prius dictum est, quousq; omnia puncta absolueris, & si post operationem aliquid remãserit, scias numerum propositum non fuisse cubicum sed surdũ Exemplum 4 7 4 3 7 9 2 8. Signato punctis primũ quartum & septimũ digitos: scilicet 8 7 & 7: postea sub 7, quere digitum in locum quotientis scribendum, qui in se cubice ductus, 7 cum 4 sequentibus tollat: talis digitus est 3: qui cubice in se ductus, 27 constituit. scribe igitur ad locum quotientis 3, & subtrahe 27 a 47. cancellatis 47 restant 20. Postea tripla. 3. erunt 9 scribæ 9 sub 3 post præcedentem punctum: & quære alium digitum etiam ad quotientem scribendum cũ conditionibus pauloante recitatis, talis digitus est 6. scribe loco quotientis ante 3: 6: & multiplica totũ quotientem sc3 36 per nouem, & productũ sc3 324 iterũ per 6 adauge hoc ultimũ productum sc3 1944 subscribe debito ordine numeris suprapositis: & cancellatis oĩbus figuris, usq; ad secũdũ punctũ a fine remanẽt, 99 deinde ducas 6 in se cubice, erunt 216 hos subtrahe 997, relinquuntur 7 81, Postea totum quotiens sc3 36 triplicato. & prodibunt 108: scribe 8 sub 2, & reliquos suo ordine, & quære tertium digitũ etiam ad quotientem scribendum, qui simul cum 6 & 3 &c. digitus ille est 2: pone igitur in quotiente ante 6, 2. & multiplica 362, per 108: prodibunt 3 9 0 9 6 in hanc summam rursus 2 ducito: & erunt 7 8 1 9 2. hic numerus totum reliquum præter primam figuram tollit.

Ducas postremo, 2 in se cubice & erunt 8: quæ subtrahe à prima figura: & nihil remanet, habes itaq; in quotiente radicem cubicam, scilicet 362. Quod si probare uolueris ducas probam radicis in se cubice: & producto adde probam residui (si quod fuerit) & si hæc summa responderit probæ propositi numeri recte radicem cubicam extraxisti.

Finis quartæ partis

QVINTA PARS DE PROPORTIONIBVS.

HActenus de numero secundum se considerato dictum est: nunc uero de numero ad alium relato dicendum. Omnis autem nu-numerus ad alium collatus, aut est illi æqualis aut inæqualis. Aequale quidem est, quod ad aliquid comparatū, neq; minore summa infra est, neq; maiore transgreditur. ut binarius binario, ternarius ternario. Hec autem pars relatæ quantitatis ad aliquid, naturaliter indiuisa est: quia omnis æqualitas unam seruat in propria moderatione mensuram: neq; magis aut minus admiserit unquam, aliter autem se habet similitudo quæ ratione qualitatis attenditur. Si uero numerus ad alium comparatus illi inæqualis fuerit: aut igitur est maior eo aut minor. Maioris inæqualitatis species sunt quinq;, tres simplices: scilicet multiplex: Superparticularis, & superpartiens. duæ compositæ, scilicet multiplex superparticularis, & multiplex superpartiens. Maioris inæqualitatis species, eisdem nominibus, præposita præpositione sub solent uppellari, ut submultiplex sub superparticularis, &c.

¶ Multiplex est numerus qui comparatus cum altero: illum contra quem comparatus est habeat plus quam semel. nam si maior minorem bis tantum habuerit, dicitur proportio dupla, ut 4 ad 2. si ter, tripla ut 6 ad 2.

¶ Superparticularis, est numerus ad alterum comparatus quotiens, habet in se totum minorem, & partē eius aliquam, qui si minoris habuerit medietatem uocatur sesquialter ut 3 ad 2 Si uero tertiam partē, uocatur sesquitertius. ut 4 ad 3. si quartam, sesqui quartus, ut 5 ad 4

¶ Superpartiens est cum numerus ad alium comparatus habeat eum totū infra se. & eius insuper aliquas partes: uel duas tertias, ut 5 ad 3: & uocatur superbipartiens tercias: quia maior continet minorem semel, & cum hoc duas tertias eius, uel supertripartiens quartas ut 7 ad 4.

¶ Multiplex superparticularis est quando maior numerus minori comparatus, habeat eum plus quā semel, & cum hoc aliquam partem eius, ut 5 ad 2 dicitur proportio dupla sesquialtera: continet enim 5 in se 2 bis & ultra hoc medietatem eius

¶ Multiplex superpartiens, est quotiens numerus ad numerum comparatus, habet in se alium numerum totum plus quam semel & eius uel duas uel tres uel quaslibet plures particulas, secundum numeri superpartientis figuram: ut 8 ad tria, est dupla superbipartiens ter

tias. Item 19 ad 4 est quadrupla supertripartiës quartas. Hæc solum scripsi illis quibus Boetius ad manum non est.

De cognitione proportionũm regulæ quinq;

¶ Regula prima propositis duob. numeris quorũ proportionem queris: diuidatur maior per minorem, quotiens proportionis denominationem ostendit. Nam si in quotiente integra tantum inueneris talis proportio est multiplex ab ipso quotientis integro denominanda, ut 12 ad 3 diuidendo 12 per 3 4 in quotiente prouenient, est ergo 12 ad 3 proportio quadrupla.

¶ Regula secunda maiore numero per minorem diuiso, si unum tãtum integrum (hoc est unitatem) fractioni annexum quotiens habuerit: hoc bifariam accidere poterit. Si enim fractionis numerator est unitas, est proportio superparticularis a suæ fractionis denomiatore appellanda, ut 3 ad 2 est proportio sesquialtera. Item 4 ad 3 est sesquitertia, quæ sic scribenda est $1\frac{1}{3}$ uocatur aũt talis proportio superparticularis, qã maior minorem aliqua pte eius puta media, tertia, uel quarta, &c. superat oĩm aũt specierũ superparticulariũ numeratores per se q; : denoĩatores uero more aliarum fractionum explicamus. ¶ Circa hanc speciem et alias sequentes nota fractiões quotientis ad minimos numeros semper esse reducendas: alioq; in proportionum

explicatione sæpe hallucinari contingit, ut 6 ad 4 proportionem tenet sesquialteram, nã 4 in 6 habes semel cum duabus quartis, at duæ quartæ ualent unam medietatem.

¶ Regula tertia, ubi maiorem numerum per minorem diuiseris, fractionemq; ad minimos numeros reduxeris, si in quotiente integrum cum fractiõe, cuius numerator non est unitas habueris, talem proportionem superpartientem nuncupare solemus: quia maiorem numerũ minorem, non una tantum sed pluribus partibus superare uidemus. Vt 5 ad 3, est superbiparties tertias. In hac proportione numeratorem denominatore unitate adminus superari est necesse: dicimus enim, duas tertias, duas quintas, uel duas septimas, non autem duas secũdas, duas quartas, aut duas sextas. nec tres tertias, aut quatuor quartas dicimus. Duæ enim secundæ integrum, duæ quartæ, medietatem, duæ sextæ unam tertiam, tres tertiæ & 4 quartæ integrum constituunt. Hæc in ualore fractionum prius ostensa sunt

¶ Quarta regula. Diuiso maiore per minorẽ: si in quotiente duo aut plura integra fractioni, cuius numerator est unitas. adheserint, tales numeros proportionem multiplicem superparticularem habere oportet, species autem multiplicis, ab integro, & species superparticularis à denominatore fractionis appellationem sortientur, ut 5 ad 2. diuisis 5 per 2 erit quotiens dupla sesquialtera.

¶ Quinta regula. Si facta diuisione, integra fractioni, cuius nūerator est binarius uel alius numerus, annexa, quotiens habuerit: multiplex superpartiens talium numerorum proportio uenit nuncupanda ut 8 ad 3 in q̃bus post diuisionem factam, quotiens erit dupla superbipartiens tertias.

PROPORTIONES PRIMAS INuenire, & inuentas in infinitum (si libet) extendere

Multipli.

¶ Prima regula multiplex datur, si spēi propositæ denominationem, ad unitatem comparaueris, ut 3 ad unitatem triplam 4 quadruplam habet proportionē, quæ sic scribuntur.

2 la.
3 la.
4 la.

Superpartic.

¶ Secunda regula. Superparticularis datur si denominationi partis, unitas addatur: eritq́; aggregatum dux: & denominatio partis comes, ut sesquialtera, si denominationi partis scilicet 2, unitatem addideris: eritq́; 3 dux & 2 comes. Ducem hic appellamus numerum maiorem & Comitem minorem sic.

$1\frac{1}{2}$

$1\frac{1}{3}$

$1\frac{1}{4}$

Supertiētes

¶ Tertia regula. Superpartiens datur S. denominationi partium, addatur numerus

$1\frac{2}{3}$

$1\frac{3}{4}$ qui continuo dictionem super, sequitur: ut superbipartientem tertias daturus: adde 3 binarium, eritq; 5 dux & 3 comes

$1\frac{4}{5}$

Multip. superparticu.

¶ Quarta regula. Multiplex super particularis datur, si in partis denominationẽ multiplicitatem propositam duxeris & producto unitatem addideris, eritque ultimum productũ dux, & denomĩatio partis comes, ut tripla sesquialtera, multiplica denominationem partis, s. 2 in 3: erunt 6, q̃bus adde unitatem, & producuntur 7. quæ ad 2 proportionem propositam seruant.

$2\frac{1}{2}$

$3\frac{1}{2}$

$4\frac{1}{3}$

Multip. superpartiens

¶ Quinta regula multiplex superpartiens datur, si in multiplicitatẽ propositam, denominatio partium ducatur numerusq; qui statim sequitur dictionem super addatur, eritq; aggregatum dux, & partium denominatio comes, ut tripla superbipartiens tertias, duc 3 in 3 erunt 9 quibus adde 2 erunt 11 quæ ad 3 habent proportionem triplam superbipartientem tertias.

$2\frac{2}{3}$

$2\frac{3}{4}$

$3\frac{2}{3}$

¶ Sexta regula propositis duobus numeris cuiuscunq; proportionis. Si ambo per aliquem numerum tertiū au geantur numeri producti eādem cum prioribus propor tionem seruabunt. Et si numeros sic productos ulterius per aliquem numerum multiplicaueris, semper inueni es numeros, primis propositis in eadem proportione re spondētes. Exemplum 4 ad 2, proportionem habent du plam, quæ si per 2 uel alium numerum auxeris: eandē proportiōem semper inuenies, ut bis 4 sunt 8. bis 2 sunt 4. Item 3 ad 2 est sesquialtera. Multiplica ambo per 5, uel quemuis alium numerum ut ter 5 sunt 15. bis 5 sunt 10, & inuenies nūeros productos nihil a prioribus pro= portionis ratiōe discrepare. ut liquido apparebit, si nu meros propositos ad minimos reduxeris. Hæc regula cū præcedentibus 5. Musices speculationi plurimum condu cunt.

FINIS

Errores qui inter excudendum ut fieri solet irrepserūt sic candide lector corrigas. A 2. fa. 2. uersu. 8. lege secu tus, & u 18. iniquus. A. 3. fa. 2. u. 20. iacuere & u. 25. re serat, A 4. f. 2. u. 7. indicabo & u. 3. à fine lege debite pronunciaturus. A. 6. f. 2. u. 15. reliquas. A. 7. f. 2. u. ul timo 9. 36. B 2. f. 2. u. 12. quotiens 189 & 17 uigesimæ tertiæ. uersu 16. in fine adde 4. tricentesimæ uigesimæ. B 6. f. 2. u. 9. in fine. 35. B 7. f. 1. loco 120 scribe 60. B 8. f. 2. u. 17. minutiarum. C. 4. f. 1. u. 14. 1. album. C. 5. fa. 2 u. 7. lege 45 5.



Matthias donat tuus hunc tibi Thom[illegible]
bellum.
Qui Posthac nostri pignus amoris
erit: